

Modélisation et simulation de la rupture et de la dégradation de la rigidité d'un graphite époxyde en flexion trois points

El Hassan Irhirane, Jamal Echaabi, Mohamed Abousaleh, Mohamed Hattabi

*Equipe de Recherche Appliquée sur les Polymères, Département de Génie Mécanique, ENSEM,
Université Hassan II Aïn Chok, BP 8118, Oasis, Casablanca, Maroc.*

j.echaabi@ensem.uh2c.ma

Résumé :

L'utilisation des matériaux composites à fibres continues dans les industries aéronautique et aérospatiale nécessite des techniques et des méthodes de prédiction de la rupture fiables et précises. Il existe un grand nombre de formalismes pour dimensionner les structures en composites. Le choix parmi ces formalismes est difficile à cause de leur diversité et parce qu'ils doivent être validés par des tests biaxiaux encore difficiles à réaliser. Ce travail vise à développer une approche théorique permettant de valider et choisir le critère de rupture approprié à utiliser. La validation porte non seulement sur la rupture macroscopique mais aussi sur la succession de la rupture et les modes de rupture. Les critères de rupture les plus répondus sont testés en utilisant deux approches de réduction de rigidité. Des comparaisons faites entre les résultats obtenus par la simulation et les résultats expérimentaux illustrent la variabilité des résultats et permettent alors de connaître pour le matériau étudié la précision de chacun des critères de rupture.

Abstract :

The use of composite materials with continuous fibres in the aircraft and aerospace industries requires reliable and precise techniques and methods of prediction of the rupture. There is a great number of formalisms to dimension the structures in composites. The choice among these formalisms is difficult because of their diversity and because they must be validated by biaxial tests still difficult to perform. This work aims to develop a theoretical approach permitting to validate and to choose the failure criterion to be used. The comparison is concerned not only with the macroscopic failure but also with the failure succession and the failure modes. The most answered failure criteria are tested by using two approaches of the stiffness reduction. Comparisons made between the results obtained by the simulation and the experimental results show the accuracy of the criteria used and the choice of the best criterion is then possible.

Mots-clefs :

Critère de rupture ; dommage successif ; réduction de rigidité.

1 Introduction

Les matériaux composites sont maintenant largement utilisés dans des domaines de pointe où les exigences de précision pour leur dimensionnement sont de plus en plus grandes. Actuellement, le dimensionnement de ces matériaux est basé sur l'utilisation des critères de rupture qui posent un problème de choix et de précision des résultats. Il existe dans la littérature un grand nombre de formalismes, on peut citer Echaabi et Gauvin (1996) ; Hsien-liang (2003) ; Li et Kelly (2003) ; Steven et Gregory (2003) ; Carlos et Cheryl (2005). Cependant, la problématique du choix entre les différents critères demeure encore assez difficile. La validité des critères de rupture est discutée en général suivant différents aspects : les effets linéaires et non linéaires, les modes de rupture et leur interaction, l'effet de l'effort de cisaillement, la forme de l'enveloppe de rupture et les études tridimensionnelles, etc.. Plus de recherches sont nécessaires en particulier sur les modes de rupture et leur interaction. Un des objectifs de notre travail consiste à valider la fiabilité et la précision de certains critères de rupture ainsi que leur faisabilité. Dans cette étude, les modèles les plus répondus sont étudiés. Par ailleurs, pour pouvoir faire des prévisions fiables, une meilleure connaissance des différents mécanismes

d'endommagements qui conduisent à la rupture finale est nécessaire. Par rapport à l'essai biaxial, à la fois difficile et coûteux, l'essai de flexion trois points permet, pour certaines configurations de suivre la dégradation de l'éprouvette progressivement jusqu'à la rupture finale. Plusieurs auteurs tels que Yongchan (1996) ; Prusty (2001) et Pal (2002) se sont intéressés à ce test. Dans notre cas, nous exploitons les résultats expérimentaux développés par Echaabi et Ouelette (1996). Ce dernier a étudié les divers comportements observés en faisant varier les distances entre les appuis et les dimensions géométriques des éprouvettes. Le but était en premier lieu de connaître les modes de ruptures et les mécanismes d'endommagement d'un stratifié $[[+45/-45/90/0]]_{3s}$ de carbone/époxyde soumis à l'essai de flexion trois points. L'étude a permis aussi de mieux comprendre les séquences d'apparition des dommages et des modes de ruptures en fonction de la géométrie des éprouvettes.

Pour la modélisation théorique, nous avons utilisés dans un premier temps la méthode analytique, basée sur la loi des stratifiés avec cisaillement transverse. Ensuite, nous avons résolu le problème par éléments finis. Les résultats obtenus par les deux méthodes sont comparés. Après la première rupture, la majorité des structures en composites peuvent supporter des chargements considérables. Plusieurs approches pour la réduction de la rigidité des stratifiés ont été étudiées. Des auteurs tels que Highsmith (1982) ; Talreja (1985) ; El Mahi (1995) etc.. ont développés des approches expérimentales, analytiques ou numériques pour lier l'état d'endommagement aux principales caractéristiques du matériau.

Dans notre cas, nous utilisons deux approches pour la réduction de la rigidité. La première méthode consiste à affecter une rigidité nulle au pli rompu même s'il est encore physiquement présent. La seconde approche considère la réduction de la rigidité dépendante du mode de rupture en action. Son utilisation nécessite donc l'emploi de critères permettant la prédiction du mode de rupture.

Les deux méthodes, analytique et par élément fini, sont utilisées avec différents critères de rupture et les résultats sont comparés entre elles et avec les résultats expérimentaux dans le but de faire des validations croisées.

2. Analyse de la rupture

L'approche pour détecter la rupture par la mécanique de l'endommagement s'avère très coûteuse et complexe et nécessite la connaissance de certains paramètres de la rupture. Une alternative pour faciliter l'analyse de la rupture, consiste à adopter les critères de rupture. Jusqu'à date, il n'y a aucune approche générale et systématique pour décrire la rupture des matériaux composites, Echaabi et Trochu (1996). Des critères nouveaux ou simplement modifiés sont publiés. Dans ce papier, nous nous limitons à tester les modèles les plus répandus tels que les critères non interactifs (contrainte maximale et déformation maximale), les critères interactifs (Tsai Hill et Tsai Wu), le critère de Hashin et celui de Harth Smith. Pour calculer les contraintes et les déformations, la modélisation utilisée est basée sur un schéma du premier degré qui prend en compte la déformation en cisaillement transverse et les coefficients de correction. L'équation constitutive s'écrit sous la forme suivante:

$$\begin{bmatrix} N_{ij} \\ M_{ij} \\ Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} & 0 & 0 \\ B_{ij} & D_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{44} & F_{45} \\ 0 & 0 & F_{45} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{ij}^0 \\ \kappa_{ij} \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

N_{ij} , Q_x , Q_y et M_{ij} sont des forces résultantes et des moments résultants. A_{ij} , B_{ij} , D_{ij} ($i, j = 1, 2, 6$) et F_{ij} ($i, j = 4, 5$) sont des matrices de rigidité.

Concernant la méthode des éléments finis, l'élément utilisé est un solide à huit nœuds. La formulation classique en terme des déformations est utilisée. Un maillage où la densité a été augmentée dans la partie centrale de l'éprouvette a été adopté. L'évaluation des champs des contraintes et des déformations permet de déterminer le chargement minimum pour lequel une rupture est atteinte dans un élément. Lorsque cette dernière est atteinte dans l'élément le plus contraint, sa rigidité sera réduite. Les résultats ont été sauvegardés à chaque étape et permettent ensuite de suivre l'évolution du comportement. Pour prédire la rupture avec ce code de calcul, nous nous sommes intéressés aux critères de rupture les plus représentatifs parmi les grandes familles utilisées : le critère de Tsai-Wu 3D qui mène en général à une sous estimation de la force de rupture, le critère de Hashin 3D qui est caractérisé par une relative simplicité des expressions suivant le mode de rupture, ce qui permet une utilisation facile. De plus, il prend en compte des considérations physiques et enfin le critère de la contrainte et la déformation maximale.

Dans cette étude, le matériau utilisé est un carbone époxyde de séquence $[[+45/-45/90/0]_3]_s$. Les dimensions des éprouvettes sont données dans le tableau ci-dessous :

Eprouvette	Longueur L	Longueur l entre appuis	Largeur b	Epaisseur h	Rapport l/h
A	75	57.5	25	3.6	16
B	150	115.0	25	3.6	32
C	150	136.5	25	3.6	38

TAB.1 Les caractéristiques géométriques des éprouvettes considérées en mm.

3 Résultats

3.1 Résultats Expérimentaux :

Pour les éprouvettes B et C une seule rupture macroscopique est observée. Pour le rapport $l/h = 16$, Quatre ruptures macroscopiques sont obtenues pour l'éprouvette A. Les ruptures successives dépendent fortement du rapport l/h . Les courbes force déplacement présentent des sauts verticaux qui correspondent aux ruptures macroscopiques du pli 0° . Les résultats montrent clairement que les fissures transversales apparaissent très tôt dans le pli 90° le plus bas. Ces fissures sont suivies par l'apparition des fissures transversales dans les plis $\pm 45^\circ$. En augmentant la déflexion, la densité des fissures augmente et il y a l'apparition des fissures longitudinales. En augmentant encore la déflexion, on observe la rupture des plis à 0° les plus bas qui correspond à la première rupture macroscopique. Pour l'éprouvette A, la rupture successive est la suivante : $[22(90^\circ), 24(45^\circ), 23(-45^\circ), 18(90^\circ), 20(45^\circ), 19(-45^\circ), 0(21^\circ), 0(17^\circ)]$. La première rupture macroscopique correspond à la rupture simultanée des plis 21 et 17. Le stratifié est numéroté de haut vers le bas.

3-2 Résultats théoriques

En utilisant les deux formalismes (méthode analytique avec cisaillement transverse et méthode d'élément fini), nous avons calculé les efforts de rupture macroscopiques et les séquences de rupture pour l'éprouvette A avec différents critères.

L'approche de la remise totale consiste à attribuer une rigidité nulle au pli rompu même s'il est encore physiquement présent. Les résultats obtenus par cette approche, pour l'éprouvette A, sont montrés dans le tableau 2. Tous les critères de rupture prédisent le même lieu pour la première rupture (pli N° 3, orienté à 90°) à des charges légèrement différentes. La différence en pourcentage entre la force minimale, prédite par le critère de Tsai Wu et la force maximale, prédite par le critère de Harth Smith est de l'ordre de 32 %. Le critère de la contrainte maximale et le critère de Hashin donnent la même valeur de force pour la première rupture. Le critère de la déformation maximale prédit la force minimale de la première rupture macroscopique par contre, le critère de Harth Smith prédit la force maximale. Ceux de Hashin et de Harth Smith donnent les meilleures prédictions pour la force de rupture mais les

séquences de rupture prédites par tous les critères ne sont pas corrélées avec celles de l'expérience. L'écart entre les résultats théoriques et expérimentaux croît avec la progression des déformations au sein du stratifié. L'approche de la remise totale utilisée pour prédire le comportement de ce stratifié après la première rupture sous estime les efforts de rupture.

Epr	#Rupture	F en (N)	Dep en (mm)	Position	Angle en (°)	F en (N)	Dep en (mm)	Position	Angle en (°)
CRITERE DE TSAI HILL					CRITERE DE TSAI WU				
A	1	1628.22	1.77	03	90	1475.86	1.60	03	90
	2	2411.25	2.77	21	00	2092.60	2.40	21	00
	3	1807.35	2.66	07	90	1638.46	2.41	07	90
	4	1937.79	2.95	01	45	2068.45	3.26	04	00
	5	1999.55	3.30	04	00	1684.58	3.50	17	00
	6	1631.66	3.89	02	-45	1587.20	3.66	01	45
	7	1536.87	4.21	17	00	1588.49	4.19	02	-45
	8	1501.33	4.54	22	90	1426.81	4.32	22	90
CONTRAINTE MAXIMALE					DEFORMATION MAXIMALE				
A	1	1677.02	1.82	03	90	1509.63	1.64	03	90
	2	1892.50	2.17	24	45	1892.50	2.17	24	45
	3	1928.69	2.39	01	45	1928.69	2.39	01	45
	4	1884.80	2.57	23	-45	1884.80	2.57	23	-45
	5	1920.46	2.80	02	45	1914.47	2.79	07	90
	6	1840.82	2.91	21	00	1850.43	2.77	02	-45
	7	1102.84	2.54	07	90	1772.55	2.87	21	00
	8	1330.76	3.13	04	00	1533.33	2.91	04	00
CRITERE DE HASHIN					CRITERE DE HARTH SMITH				
A	1	1677.02	1.82	03	90	2172.68	2.09	03	90
	2	2527.99	2.90	21	00	2091.04	2.09	22	90
	3	1861.37	2.74	07	90	2627.72	3.16	04	00
	4	2051.38	3.13	01	45	2369.30	3.16	21	00
	5	2005.32	3.31	04	00	1947.65	3.50	07	90
	6	1757.75	4.19	02	-45	1680.00	3.50	18	90
	7	1659.15	4.54	17	00	1568.24	4.62	17	00
	8	1680.60	5.09	05	45	1376.82	4.69	08	00

Avec : F est la force de rupture, Dep est la déflexion de rupture, Position est le lieu de rupture et Angle est l'orientation du pli rompu.

TABL. 2 Les résultats obtenus par la remise totale de la rigidité pour les six critères de rupture.

L'utilisation de l'approche de la remise limitée de la rigidité nécessite la prédiction du mode de rupture. Si la rupture se produit par la fibre, l'approche de la remise totale est appliquée. Si la rupture se produit par fissuration de la matrice, deux cas ont été traités:

- Premier cas : Toutes les composantes de la matrice de rigidité de la résine sont annulées.
- Deuxième cas : La matrice de rigidité reste inchangée.

Le tableau 3 montre les résultats obtenus avec la remise limitée de la rigidité du stratifié. Dans le deuxième cas de la réduction de rigidité de la matrice, la force de la première rupture macroscopique prédite par les trois critères atteint celle de l'expérimentale. Dans le premier cas, une petite convergence de la valeur de la force de la première rupture macroscopique vers celle de l'expérimentale a été constatée. Une observation plus attentive des résultats montre qu'il y a seulement de petites variations des ruptures successives par rapport à celles prédites avec la remise totale de rigidité. Les modèles de réduction de rigidité n'influent pas trop sur les résultats obtenus par le critère de Hashin. Les résultats analytiques obtenus mettent en évidence la difficulté qu'il peut y avoir à faire un calcul prévisionnel des ruptures successives à partir des différentes approximations utilisées. Les courbes déduites de la simulation avec le

deuxième cas de réduction de rigidité de la matrice, ont une allure similaire à la courbe expérimentale. La résistance de ce stratifié est contrôlée principalement par les fibres. La figure 1 met en évidence cette observation pour le critère de la déformation maximale.

Premier cas de réduction de la matrice de rigidité.

Epr	Rup	F (N)	Dep (mm)	Position	Angle (°)	F (N)	Dep (mm)	Position	Angle (°)	F (N)	Dep (mm)	Position	Angle (°)
CONTRAINTE MAXIMALE				CONTRAINTE MAXIMALE				CRITERE DE HASHIN					
A	1	1677.02	1.82	03	90	1509.63	1.64	03	90	1677.02	1.82	03	90
	2	2188.59	2.41	24	45	2188.59	2.41	24	45	2674.64	2.49	21	00
	3	2077.78	2.37	01	45	2077.78	2.37	01	45	1899.11	2.67	07	90
	4	2187.68	2.59	23	-45	2187.68	2.59	23	-45	1968.95	2.78	01	45
	5	2085.95	2.55	02	-45	2085.95	2.55	02	-45	2150.80	3.16	04	00
	6	2334.64	2.94	21	00	2268.59	2.86	07	90	1978.61	3.85	02	-45
	7	1599.60	2.70	07	90	2313.03	2.93	21	00	2427.44	4.99	05	45
	8	1835.62	3.11	04	00	1832.77	3.10	04	00	2378.95	5.05	17	00

Deuxième cas de réduction de la matrice de rigidité.

A	1	1677.02	1.82	03	90	1509.63	1.64	03	90	1677.02	1.82	03	90
	2	2214.67	2.41	01	45	2214.67	2.41	01	45	<u>2720.70</u>	2.96	21	00
	3	2214.67	2.41	24	45	2214.67	2.41	24	45	1907.02	2.65	07	90
	4	2425.59	2.64	02	-45	2425.59	2.64	02	-45	1993.17	2.77	01	45
	5	2425.59	2.64	23	-45	2425.59	2.64	23	-45	2223.38	3.09	04	00
	6	<u>2720.70</u>	2.96	21	00	2607.55	2.84	07	90	2071.81	3.69	02	-45
	7	1907.02	2.65	07	90	<u>2718.42</u>	2.96	21	00	2603.55	4.64	05	45
	8	2223.38	3.09	04	00	2221.74	3.09	04	00	3136.64	5.59	17	00

TABL 3 : Les résultats obtenus par la remise limitée de la rigidité pour les trois critères de rupture.

La méthode d'élément fini couplée avec les critères de la contrainte maximale, déformation maximale et celui de Hashin surestime la rupture de ce laminé. Elle prédit des forces de la première rupture macroscopique supérieures à celles de l'expérience de l'ordre de 6%. Les trois critères aboutissent aux mêmes séquences de rupture avec une différence dans la succession.

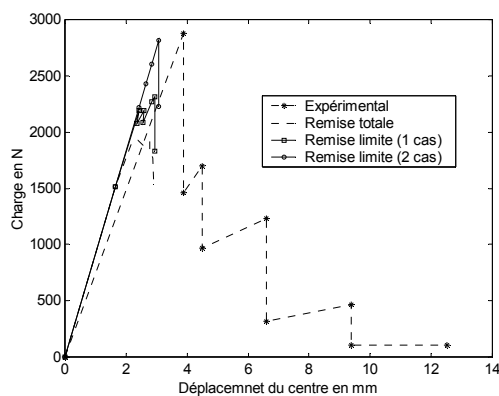


FIG. 1 Courbes analytiques de l'éprouvette A avec le critère de la déformation maximale.

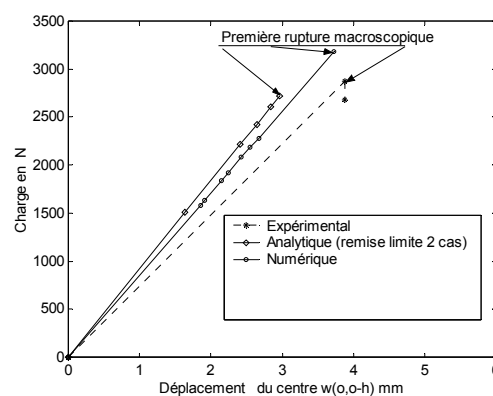


FIG. 2 Comparaison entre la courbe analytique et numérique, de l'éprouvette A, obtenue avec le critère de la déformation maximale.

Le critère de la déformation maximale prédit la force minimale à la première rupture. Une bonne corrélation entre les résultats du critère de Hashin et de la contrainte maximale a été

observée. Par contre, le critère de Tsai Wu sous-estime d'avantage les efforts de rupture. Cela s'explique par les approximations utilisées pour calculer ses propres coefficients de résistance. L'éprouvette A a tendance à avoir une distribution uniforme de rigidité le long de son épaisseur. Il y a une différence notable dans les prédictions de ruptures successives obtenues et celles de l'expérience. Une comparaison entre la courbe macroscopique analytique (remise limitée) et celle d'élément fini avant la première rupture macroscopique est présentée à la figure 2. L'écart entre la rigidité de flexion obtenue par élément fini et celle de l'expérience est petit par rapport à celle de la méthode analytique.

4. Conclusion

L'ensemble des résultats obtenus avec toutes les approximations proposées, met en évidence la difficulté pour prédire la rupture et la rupture successive. La simulation utilisée dans cet article avec les approximations de réduction de la rigidité et les critères représentatifs, améliorent les résultats par rapport à celles de la littérature. La remise limitée (*deuxième cas de réduction*) reste la meilleure approche pour dimensionner ce type de stratifié analytiquement. L'utilisation de la méthode des éléments finis améliore grandement les résultats notamment la rigidité en flexion. Ce qui permet de connaître la précision de chacun des critères facilitant ainsi le choix du critère approprié.

Références

- Echaabi J., Trochu F. & Gauvin R. 1996 "Review of failure criteria of fibrous composites materials", Polymer Composite, Vol. 17, N° 6, pp. 786-798.
- Hsien-Liang Y., 2003 "Quadric Surfaces Criterion for Composite Materials", Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 22, N° 6, pp. 517-532.
- Li R., Kelly D. & Ness R., 2003 "Application of a first invariant strain criterion for matrix failure in composite materials", Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 37, N° 22, pp. 1977-2000.
- Steven J. DeTeresa & Gregory J. Larsen, 2003 "Reduction in the Number of Independent Parameters for the Tsai-Wu Tensor Polynomial Theory of Strength for Composite Materials, Journal of Composite Materials, Vol. 37, N° 19, pp. 1769-1785.
- Carlos G. Davila, Pedro P. Camanho & Cheryl A. Rose, 2005 "Failure criteria for FRP laminates", Journal of Composite materials, Vol. 39, N° 4, pp. 323-345.
- Echaabi, J., F. Trochu, F. X. T. Pham & M. Ouelette, 1996 "Theoretical and experimental investigation of failure and damage progression of quasi-isotropic Graphite Epoxy composites in flexural bending test", Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 15, N° 7, pp. 740-755.
- Yongchan K., Davalo J. F. & Barbero E. J., 1996 "Progressive failure analysis of laminated composite beam", Journal of composite materials, Vol. 30, N° 5, pp. 536-560.
- Prusty B.G., Satsangi S.K. & Ray C., 2001 "First ply failure analysis of laminated panels under transverse loading", Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 20, N° 8, pp. 671-684.
- Highsmith A. L. & K.L. Reifsnider, 1982 "Stiffness-Reduction Mechanisms in composite laminates", ASTM STP 775, pp. 103-117.
- Talreja R., 1985 "Transverse cracking and stiffness reduction in composite laminates", Journal of composite materials, Vol. 19.
- EL Mahi, A., Berthelot, J-M, BRILLAUD, J. 1995 "Stiffness reduction and energy release rate of cross-ply laminates during fatigue tests", Composites structures, vol. 30, pp. 123-130.
- Echaabi, J. & Trochu, F. 1996 "A Methodology to derive the Implicit equation of failure criteria for fibrous composite laminates", Journal of composite materials, Vol. 30, N° 10, pp. 1088-1115.